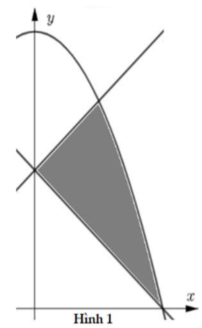
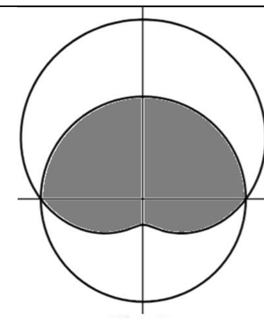
ĐÁP ÁN TOÁN 2 CLC THI NGÀY 26/07/2023

Câu	Nội dung	Điểm
1	Các giao điểm (0,2), (1,3) và (2,0). Diện tích cần tính $S=\int_0^1[(x+2)-(2-x)]dx+\int_1^2[(4-x^2)-(2-x)]dx$ $S=\int_0^1(2x)dx+\int_1^2(2+x-x^2)dx$ $=x^2\big\|_0^1+\left(2x+\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}\right)\Big\|_1^2=1+\frac{7}{6}=\frac{13}{6}.$  Hình 1	0.5 0.5 0.5
2	Giao điểm $\theta=0$ và $\theta=\pi$. Diện tích cần tính $$A=\frac{1}{2}\int_0^{\pi}(4)^2d\theta+\frac{1}{2}\int_{-\pi}^{0}(4+3\sin\theta)^2d\theta$$ $$=8\pi+\frac{1}{2}\left(-24\cos x-\frac{9}{4}\sin(2x)+\frac{41}{2}x\right)\Big\|_{-\pi}^{0}$$ $$=8\pi+\frac{41}{4}\pi-24=\frac{73}{4}\pi.$$  Hình 4	0.25 0.75 2×0.25
3.a	$$\int(\boldsymbol{2x+5})\boldsymbol{e^{-5x}dx}=\frac{1}{25}e^{-5x}(-10x-27)+C$$ $$\int_{\boldsymbol{0}}^{\infty}(\boldsymbol{2x+5})\boldsymbol{e^{-5x}dx}=\lim_{t\to\infty}\left(\frac{1}{25}e^{-5x}(-10x-27)\right)-\frac{-27}{25}=\frac{27}{25}.$$	0.5 0.5
3.b	Chia hai vế cho $(x+1)\neq0$ $$\frac{dy}{dx}+\frac{y}{x+1}=\frac{\sqrt{x}}{x+1}\qquad(*)$$ Đây là phương trình vi phân tuyến tính cấp 1 dạng $y'+P(x)y=Q(x)$, trong đó $P(x)=\frac{1}{x+1}, Q(x)=\frac{\sqrt{x}}{x+1}$. Thừa số tích phân $I(x)=e^{\int\frac{dx}{x+1}}=e^{\ln(x+1)+C_1}$. Chọn $I(x)=e^{\ln(x+1)}=x+1$. Do đó $$y(x+1)=\int\sqrt{x}dx+C$$ Nghiệm của phương trình là $y=\frac{1}{x+1}\left(\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}+C\right)$.	0.25 0.5 0.25 0.25

Số hiệu: BM1/QT-PĐBCL-RĐTV

	Với điều kiện $y(1) = \frac{4}{3}$ ta giải được $C = 2$.	0.25
4.a	Ta có $$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{5 \cdot (-2)^{k+1} + 2 \cdot 3^{k-1}}{4^{k-1}} = (-40) \sum_{k=2}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^k + \frac{8}{3} \sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^k$$ $$= (-40) \times \frac{1}{6} + \frac{8}{3} \times \frac{9}{4} = -\frac{2}{3}.$$	0.5 0.5
4.b	Chuỗi lũy thừa có dạng $\sum_{k=1}^{\infty} a_k X^k,\ X = (x+2)$. Bán kính hội tụ $$R = \lim_{k\to\infty} \left|\frac{a_k}{a_{k+1}}\right| = \lim_{k\to\infty} \left|\frac{(k+1)\sqrt{k+1}}{k\sqrt{k}}\right| = 1$$ Khoảng hội tụ của chuỗi là $(-3,-1)$. Tại $x = -3$: Chuỗi trở thành $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k\sqrt{k}}$, chuỗi này là một p-chuỗi hội tụ ($p = \frac{3}{2} > 1$). Tại $x = -1$: Chuỗi trở thành $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k\sqrt{k}}$, là một $\mathrm{p}-$chuỗi đan dấu hội tụ ($p = \frac{3}{2} > 0$). Vậy tập hội tụ của chuỗi lũy thừa đã cho là $[-3,-1]$.	0.75 0.25 0.25 0.25
4.c	Tìm chuỗi Maclaurin của hàm số $y = e^{-x^2}$ là $$e^{-x^2} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-x^2)^k}{k!} = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k}}{k!} = 1 - \frac{x^2}{1!} + \frac{x^4}{2!} - \frac{x^6}{3!} + \cdots, \forall\, x \in \mathbb{R}.$$ Từ chuỗi Maclaurin của $y = e^{-x^2}$, thay $x = \sqrt{2}$ ta được: $$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{(\sqrt{2})^{2k}}{k!} = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{2^k}{k!} = e^{-(\sqrt{2})^2} = e^{-2}.$$ Vậy $$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{2^k}{k!} = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{2^k}{k!} - 1 = e^{-2} - 1.$$	0.5 0.25 0.25
5	Ta có $\overrightarrow{AB} = \langle 1,2,2 \rangle$. Điểm D nằm trên tia At cùng phương với véctơ $\mathbf{v} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$ nên tọa độ của D có dạng $(1+t, -2+t, 2+t)$, do đó $\overrightarrow{AD} = \langle t,t,t \rangle$. Diện tích hình bình hành $ABCD$ là $$\mathbf{S} = \left\|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD}\right\| = \|\langle 0, t, -t \rangle\| = \sqrt{2t^2}.$$ Để diện tích hình bình hành này bằng 2 ta cần có $S^2 = 4$ hay $t^2 = 2$, nghĩa là $t = \pm\sqrt{2}$. Điểm D cần tìm là $(1+\sqrt{2}, -2+\sqrt{2}, 2+\sqrt{2})$ hoặc $(1-\sqrt{2}, -2-\sqrt{2}, 2-\sqrt{2})$.	0.25 0.5 0.25