TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM KỸ THUẬT THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH

KHOA ĐÀO TẠO CHẤT LƯỢNG CAO

NHÓM MÔN HỌC TOÁN

ĐỀ THI CUỐI KỲ HỌC KỲ II NĂM HỌC 2022-2023

Môn: TOÁN KINH TẾ 2

Mã môn học: MATH132801

Đề số/Mã đề: 01. Đề thi có 02 trang.

Thời gian: 90 phút.

Ngày thi 23 / 5/ 2023

Sinh viên được phép sử dụng tài liệu giấy.

Câu 1: (**1.0 điểm**). Giải phương trình vi phân $\frac{dy}{dx}+2y=x,\ y(0)=1$.

Câu 2: (**1.0 điểm**). Cho hàm cầu ngược của một loại sản phẩm là $P=42-5Q-Q^2$. Giả sử sản phẩm được bán trên thị trường với mức giá $P_0=6$. Hãy tính thặng dư của người tiêu dùng.

Câu 3: (**1.0 điểm**). Tính tích phân suy rộng sau $\mathrm{I}=\int_1^{\infty}\frac{x}{(x^2+1)^2}dx$

Câu 4: (**1.0 điểm**). Cho hai hàm ẩn $u(t), v(t)$ xác định bởi hệ $\begin{cases} u^2-2v+2t=1 \\ 3u+v^2-ut=t^2 \end{cases}$.

Tính các đạo hàm $\frac{du}{dt},\frac{dv}{dt}$.

Câu 5: (**2.0 điểm**). Cho mô hình kinh tế vĩ mô $\begin{cases} Y_t=C_t+I_t+G_t \\ C_t=0.6Y_{t-1} \\ I_t=5\left(C_t-C_{t-1}\right) \\ G_t=120 \end{cases}$

trong đó Y_t là thu nhập quốc dân (GNP), C_t là lượng tiêu dùng, I_t là lượng đầu tư và G_t là chi tiêu của chính phủ. Hãy biểu diễn thu nhập quốc dân Y_t theo thời gian t và cho biết mô hình trên có ổn định không?

Câu 6 : (2 điểm). Xét 3 khoản đầu tư với lãi là R_1, R_2 và R_3 có tính chất như sau

$$\begin{aligned} &E[R_1]=14, \quad Var[R_1]=9 \\ &E[R_2]=8, \quad Var[R_2]=12 \\ &E[R_3]=2, \quad Var[R_3]=0 \\ &Cov[R_1,R_2]=-15 \end{aligned}$$

Đặt $R=w_1R_1+w_2R_2+w_3R_3$ là tổng lãi đầu tư, trong đó $w_1+w_2+w_3=1$. Với mong muốn đạt được tổng lãi kỳ vọng bằng 9, anh/chị hãy xác định tỷ lệ đầu tư sao cho rủi ro thấp nhất.

Câu 7: (**2.0 điểm**). Một hộ gia đình tiêu dùng 2 loại hàng hóa với số lượng Q_1, Q_2 và giá bán tương ứng là P_1, P_2 . Giả sử hàm lợi ích của hộ gia đình khi tiêu dùng hai loại hàng hóa đó cho bởi

$$U\left(Q_1, Q_2\right) = 2Q_1 + Q_2^2$$

và hộ gia đình có nhu cầu đạt được mức lợi ích U_0 cho trước.

a) Xác định các đường cầu Hicksian sao cho chi phí tiêu dùng nhỏ nhất và hộ gia đình đạt được mức lợi ích U_0 mong muốn.

b) Giả sử $P_1 = 4, P_2 = 6, U_0 = 20$. Áp dụng định lý Bao, anh/chị hãy cho biết chi phí nhỏ nhất thay đổi như thế nào nếu giá P_1 tăng thêm 0.5 đơn vị và P_2, U_0 giữ nguyên không đổi.

Ghi chú: *Cán bộ coi thi không được giải thích đề thi.*

Chuẩn đầu ra của học phần (về kiến thức)	**Nội dung kiểm tra**
[G2.1]: Tính được vi phân toàn phần, đạo hàm riêng của hàm ẩn và tìm cực trị,giá trị lớn nhất, nhỏ nhất,... của hàm nhiều biến	Câu 4, 6, 7
[G2.2]: Mô hình hóa và giải được các bài toán cực trị trong kinh tế như cực đại hóa lợi nhuận, cực tiểu hóa chi phí…	Câu 6, 7
[G2.3]: Tính được các tích phân và ứng dụng trong kinh tế	Câu 2, 3
[G2.4]: Áp dụng các phương pháp trong lý thuyết để tìm được nghiệm của một số dạng phương trình sai phân và phương trình vi phân cấp 1, cấp 2 và ứng dụng trong kinh tế.	Câu 1, 5

Ngày 15 tháng 5 năm 2023

Trưởng nhóm

Phạm Văn Hiển

Trường Đại Học Sư Phạm Kỹ Thuật TP.HCM **Đáp án môn: TOÁN KINH TẾ 2**

KHOA KHUD – Bộ môn Toán **Mã môn học: MATH132801**

Ngày thi:

Câu	Ý	Nội dung	Thang điểm
1		$e^{-\int 2dx} = e^{-2x}$	0,25
		$y(x) = e^{-2x}\left(\int xe^{2x}dx + C\right)$	0,25
		$= e^{-2x}\left(\frac{1}{2}xe^{2x} - \frac{1}{4}e^{2x} + C\right) = Ce^{-2x} + \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}$	0,25
		$y(0) = 1 \Rightarrow C = \frac{5}{4} \Rightarrow y(x) = \frac{5}{4}e^{-2x} + \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}$	0,25
2		$P_0 = 6 \Rightarrow Q_0^2 + 5Q_0 - 36 = 0 \Rightarrow Q_0 = 4$	0,25
		$\Rightarrow CS = \int_0^4 \left(42 - 5Q - Q^2\right)dQ - 24$	0,5
		$= \frac{248}{3} \approx 82.67$	0,25
3		$\int_1^\infty \frac{x}{(x^2+1)^2}dx = -\frac{1}{2(x^2+1)}\Big\vert_1^\infty = \frac{1}{4}$	1
4		$\begin{cases} 2udu - 2dv + 2dt = 0 \\ 3du + 2vdv - udt - tdu = 2tdt \end{cases}$	0,25
		$\begin{cases} u\frac{du}{dt} - \frac{dv}{dt} = -1 \\ (3-t)\frac{du}{dt} + 2v\frac{dv}{dt} = (u+2t) \end{cases}$	0,25
		$\frac{du}{dt} = \frac{u - 2v + 2t}{2uv - t + 3}$	0,25

		$\frac{dv}{dt} = \frac{u^2 + 2ut - t + 3}{2uv - t + 3}$	0,25
5		$Y_t = 120 + 3.6Y_{t-1} - 3Y_{t-2}$	0,5
		$Y^* = \frac{120}{1 - 3.6 + 3} = 300$ $k^2 - 3.6k + 3 = 0 \Rightarrow k_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{6}}{5}$	0,5
		$Y_t = 300 + C_1.\left(\frac{9+\sqrt{6}}{5}\right)^t + C_2.\left(\frac{9-\sqrt{6}}{5}\right)^t$ với C_1, C_2 là các hằng số	0,5
		Vì $k_{1,2} > 1$ nên mô hình không ổn định	0,5
6		Theo giả thiết ta có $E[R] = 14w_1 + 8w_2 + 2w_3 = 9; \quad w_1 + w_2 + w_3 = 1$	0,5
		$\Rightarrow w_2 = \frac{7 - 12w_1}{6}$	0,5
		$Var[R] = 9w_1^2 + 12w_2^2 - 30w_1w_2 = 117w_1^2 - 91w_1 + \frac{49}{3} = f(w_1)$	0,5
		Để rủi ro nhỏ nhất thì $\begin{cases} f'(w_1) = 234w_1 - 91 = 0 \\ f''(w_1) = 234 > 0 \end{cases} \Rightarrow w_1 = \frac{7}{18} \approx 0.39, w_2 = \frac{7}{18} \approx 0.39, w_3 = \frac{4}{18} \approx 0.22$	0,5
7	**a**	Hàm chi phí $E = P_1Q_1 + P_2Q_2$ Hàm Lagrange $L = P_1Q_1 + P_2Q_2 + \lambda\left(U_0 - 2Q_1 - Q_2^2\right)$	0,5
		$\begin{cases} L'_{Q_1} = P_1 - 2\lambda = 0 \\ L'_{Q_2} = P_2 - 2\lambda Q_2 = 0 \\ L'_{\lambda} = U_0 - 2Q_1 - Q_2^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow Q_1^* = \frac{1}{2}\left(U_0 - \frac{P_2^2}{P_1^2}\right), \quad Q_2^* = \frac{P_2}{P_1}$	0,5
	b	Áp dụng đình lý bao $\frac{\partial E^*}{\partial P_1} = \frac{\partial L}{\partial P_1}\Big\|_{Q_1=Q_1^*,\, Q_2=Q_2^*,\, \lambda=\lambda^*} = Q_1^* = \frac{1}{2}\left(U_0 - \frac{P_2^2}{P_1^2}\right)$	0,5
		Từ giả thiết $P_1 = 4, P_2 = 6, U_0 = 20, dP_1 = 0.5$	0,5

		$\Rightarrow dE^* = \frac{\partial E^*}{\partial P_1} * dP_1 = \frac{1}{2}\left(20 - \frac{6^2}{4^2}\right) * 0.5 = \frac{71}{16}$ Vậy chi phí nhỏ nhất tăng $\frac{71}{16}$ (đơn vị tiền tệ)	